

University of Groningen

Étude du ralentissement des neutrons dans la matière

Kaper, Hans Gerard

IMPORTANT NOTE: You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

Document Version

Publisher's PDF, also known as Version of record

Publication date:

1965

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

Citation for published version (APA):

Kaper, H. G. (1965). *Étude du ralentissement des neutrons dans la matière*. s.n.

Copyright

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

The publication may also be distributed here under the terms of Article 25fa of the Dutch Copyright Act, indicated by the "Taverne" license. More information can be found on the University of Groningen website: <https://www.rug.nl/library/open-access/self-archiving-pure/taverne-amendment>.

Take-down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

SAMENVATTING

Dit proefschrift bevat een studie van het verschijnsel van de afremming van neutronen door middel van elastische verstrooiing aan atoomkernen in materie.

Voor een wiskundige beschrijving van dit verschijnsel is uitgegaan van de *neutronentransporttheorie*. Deze theorie beschrijft de verdeling van bewegende neutronen in materie als funktie van de tijd en van de plaats, de snelheid en de richting van de snelheid van een neutron. De verdeling is het resultaat van een groot aantal botsingen; in de transporttheorie worden de botsingswetten bekend verondersteld.

Kenmerkend voor het hier bedoelde verschijnsel van de *afremming van neutronen* is het ontbreken van de mogelijkheid tot regeneratie van de snelheidsverdeling van de neutronen. Elk neutron wordt tijdens zijn beweging elastisch of inelastisch verstrooid door de atoomkernen van het medium waarin het zich verplaatst; de snelheid van een neutron neemt daardoor voortdurend af; tenslotte verdwijnt het neutron ten gevolge van absorptie door een atoomkern. Inzicht in de verdeling van de botsingen tussen neutronen en atoomkernen als funktie van de plaats en de neutronenenergie is van fundamenteel belang bij de studie van kernreactoren.

Ter vereenvoudiging hebben wij de volgende veronderstellingen ingevoerd: (i) de *inelastische verstrooiing* van neutronen is *verwaarloosbaar*, (ii) de *elastische verstrooiing* van neutronen is *isotroop in het zwaartepuntstelsel*, (iii) de effecten van de *chemische binding van de atoomkernen* zijn *verwaarloosbaar*, (iv) de *neutronenverdeling* is *stationair*. Van de neutronen is verondersteld, dat zij afkomstig zijn van een isotrope, vlakke bron, en wel volgens een gegeven snelheidsverdeling. Het afremmende medium is homogeen, isotroop en in alle richtingen oneindig uitgestrekt gedacht, waarbij het massagetal, dat is de massa van een atoomkern uitgedrukt in neutronenmassa's, groot is ten opzichte van één: $A \gg 1$.

De *afremvergelijking* waarvan is uitgegaan, is een singuliere integro-differentiaalvergelijking voor de *botsingsdichtheid* Φ als functie van de loodrechte afstand tot het vlak van de bron (x), van de neutronenlethargie (u) en van de cosinus van de hoek tussen de snelheidsvektor van een neutron en de positieve x -as (μ), (stelling 2.7). Als parameters treden in deze vergelijking op: het massagetel A van het verstrooiende medium, de totale gemiddelde vrije weglengte l , en de kans op een elastische verstrooiing per botsing tussen een neutron en een atoomkern, h ; daarbij geldt in een afremmend medium: $0 < h \leq 1$.

Bij de klassieke oplossingsmethoden van de afremvergelijking, zoals de P_N -benadering, de B_N -benadering, de *leeftijdtheorie*, de *methode van BETHE en WICK* en de *methode van HOLTE* (zie [3], [12]), worden bepaalde veronderstellingen ingevoerd betreffende het gedrag van Φ als functie van één of meer van zijn onafhankelijke veranderlijken. De resultaten van deze methoden zijn daarom slechts in een bepaald ruimtelijk gebied (dichtbij of ver van de bron) of voor een bepaald lethargie-interval geldig.

In deze studie hebben wij daarentegen het uitgangspunt gekozen bij één van de parameters in de afremvergelijking, namelijk het massagetel A . Deze grootheid bepaalt, onder andere, het gemiddelde energieverlies dat een neutron ondervindt bij een elastische verstrooiing. Dit gemiddelde energieverlies is nul in het limietgeval $A = \infty$, zodat dan de neutronenverdeling voor iedere waarde van de lethargie afzonderlijk beschouwd kan worden. De oplossing van de afremvergelijking voor $A = \infty$ is, onder de door ons ingevoerde veronderstellingen, voor het eerst gegeven door PLACZEK. Een benadering, waarbij met een eindig massagetel voor het verstrooiende medium rekening wordt gehouden, vinden we in de zogenaamde fermileeftijdtheorie. Deze kan worden opgevat als een speciaal geval van de P_1 -benadering (waarin Φ lineair afhankelijk van μ is verondersteld); het geldigheidsgebied strekt zich uit tot enkele vrije weglengten van de bron.

In hoofdstuk II van dit proefschrift hebben wij de *benadering van het zware medium* ontwikkeld. De definitie 2.7 bevat de formulering van het door ons in het vervolg gebruikte begrip A^{-N} -benadering.

De parameter h in de afremvergelijking speelt een beslissende rol. Indien $h = 1$ is (zuiver elastisch medium), dan is het niet mogelijk Φ te schrijven als een som van twee uitdrukkingen, waarvan de eerste correspondeert met de uitdrukking van Φ in een oneindig zwaar medium en de

tweede met een korrektie, die de eindigheid van het massagetal in rekening brengt. Enerzijds bezit namelijk de afremvergelijking onder de door ons ingevoerde veronderstellingen geen eindige oplossing in een medium, waarvoor tegelijk geldt: $A = \infty$, $h = 1$. Anderzijds bestaat er wel voor iedere waarde van h op het interval $0 < h \leq 1$ een eindige oplossing zodra $A < \infty$ is, indien men zich tenminste beperkt tot eindige waarden van de lethargie.

In de A^{-N} -benadering voldoet onder de veronderstellingen 1.1 tot 1.16 van de inleiding, de Fourier-getransformeerde $\Psi_0(\alpha, u)$ van de totale botsingsdichtheid $\Phi_0(x, u)$, dat is de over μ geïntegreerde Φ , aan een gewone differentiaalvergelijking van N^e orde (stelling 2.14).

In hoofdstuk III hebben we het speciale geval van de A^{-N} -benadering met $N = 0$ behandeld, dat een beschrijving is van de diffusie van neutronen in een oneindig zwaar medium. De uitdrukkingen voor $\Phi(x, u, \mu)$ en $\Phi_0(x, u)$, stelling 3.2 resp. 3.3, komen overeen met de resultaten van PLACZEK. De resultaten van enige numerieke berekeningen zijn gegeven in § 3.2.

De A^{-1} -benadering is uitgewerkt in hoofdstuk IV. Stelling 4.6 geeft een uitdrukking voor $\Phi_0(x, u)$ geldig voor $-\infty < x < \infty$, $0 < u < \infty$, waarin de vrije weglengten van de lethargie mogen afhangen. De betreffende formule is toegepast voor een numerieke berekening van de botsingsdichtheid in grafiet van neutronen, uitgezonden door een vlakke bron met een energieverdeling volgens het splijtingsspektrum van U^{235} , $E < 2.5$ MeV (§ 4.2).

Voor een verstrooiend medium met lethargie-onafhankelijke vrije weglengten ($l = 1$) hebben we in hoofdstuk V het *asymptotisch gedrag* onderzocht van de uitdrukking van Φ_0 volgens de A^{-1} -benadering bij een *toenemend massagetal*. Daartoe was het noodzakelijk een asymptotische methode te ontwikkelen voor een dubbel-integraal van het volgende type:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^u e^{i\alpha x} f(\alpha) g(u') \exp \{ -tr(\alpha)(u-u') \} du' d\alpha \quad t \rightarrow \infty,$$

waarin x en u reële, positieve veranderlijken zijn; $g(u')$ een reële funktie, regulier op het interval $0 \leq u' \leq u$; $f(\alpha)$ en $r(\alpha)$ reële, even funkties van α , regulier op het interval $-\infty < \alpha < \infty$, $r(0) = \varepsilon$; ε en t reële parameters; de gezochte ontwikkeling moest uniform in ε , $\varepsilon \geq 0$, gelden (stelling 5.3).

Met de ontwikkelde methode van afwisselende integratie en met bekende methoden uit de asymptotische analyse hebben we vervolgens

een uitdrukking voor Φ_0 afgeleid, geldig voor alle eindige waarden van de lethargie tot matige afstand van het vlak van de bron ($x^{\frac{2}{3}} \ll A^2 u$), en wel uniform in h , $0 < h \leq 1$ (stelling 5.6).

In § 5.4 hebben we aangetoond (stelling 5.7) hoe, voor $A \rightarrow \infty$, deze uitdrukking voor Φ_0 overgaat in de eerder gevonden uitdrukking voor Φ_0 in het oneindig zware medium. Bovendien was het mogelijk het gedrag van Φ_0 bij de singulariteit in $A = \infty$, $h = 1$ aan te geven. In § 5.5 is bewezen, hoe de uitdrukking van Φ_0 volgens de fermileeftijdtheorie overeenkomt met een eerste benadering van de uitdrukking van Φ_0 volgens de A^{-1} -benadering (stelling 5.9). De A^{-1} -benadering kan dan ook opgevat worden als een verbetering ten opzichte van de fermileeftijdtheorie, waarbij deze bevrijd wordt van de beperking tot kleine afstanden.

In het laatste hoofdstuk hebben wij het gedrag van de uitdrukking van Φ_0 volgens de A^{-1} -benadering onderzocht indien $x \rightarrow \infty$. Voor het *asymptotisch gedrag* geldt: $\Phi_0 \sim \{2x(\ln 2x)^2\}^{-1} \exp(-x)$, (stelling 6.3). De botsingsdichtheid volgens de A^{-1} -benadering, die in de buurt van de bron asymptotisch overeenstemde met een Gauss-verdeling, gaat op grote afstand van de bron dus over in een verdeling, die vrijwel exponentieel afneemt. Dit is ook in overeenstemming met experimenteel gevonden resultaten.